

Mécanique quantique
Série n°1 - SM- SMI

I- Le mouvement d'un corpuscule est parfaitement défini si on se donne : un nombre qui représente l'énergie de la particule et un vecteur qui représente l'impulsion de la particule. Sachant que ces grandeurs physiques sont données par :

$$E = mC^2 \text{ et } \vec{P} = m\vec{V} \text{ où } m^2 = \frac{m_0^2}{1 - \frac{V^2}{C^2}}$$

Montrer que : $E^2 - P^2C^2 = m_0^2C^4$

II- l'intensité énergétique I est la puissance émise par unité d'angle solide.

Un laser He-Ne ($\lambda = 628 \text{ nm}$) de faible puissance émet de façon continue une puissance $P_1 = 1 \text{ mW}$, sa divergence est $2\theta_1 = 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$ et le rayon du faisceau de sortie est $r_1 = 0.35 \text{ mm}$.

a- Quelle doit être la puissance d'une source thermique de même intensité thermique

b- Reprendre la question précédente dans le cas d'un laser CO_2 ($\lambda = 10.6 \text{ }\mu\text{m}$) de puissance $P_2 = 2.7 \text{ KW}$, sa divergence est $2\theta_2 = 0.01 \text{ rad}$ et le rayon du faisceau de sortie est $r_2 = 0.25 \text{ mm}$. Conclure

III- Une station radio opère à 1000 W et sous une fréquence de 880 kHz . Combien de photons émet-elle par seconde ?

IV- Un rayonnement de longueur d'onde 200 nm éclaire la surface d'un métal. Des électrons d'énergie cinétique 3 eV sont éjectés. Quel est le travail de sortie du métal?

V- Etudions l'effet photoélectrique sur une surface en fer Fe de 1 cm^2 avec une intensité de $1 \text{ }\mu\text{W/cm}^2$. Supposons que le fer a un coefficient de réflexion de la lumière égal à 96% .

En plus, seulement 3% de la lumière incidente est dans le domaine UV ($\lambda = 250 \text{ nm}$) au dessous du seuil nécessaire pour observer l'effet photoélectrique.

- Combien de photoélectrons sont-ils éjectés par seconde?
- Quel est le courant électrique mesuré?
- Quel est le travail d'extraction W ?

VI- 1- Démontrer l'expression de Compton.

Trouver le changement de longueur d'onde si l'observation se fait perpendiculairement à la direction du photon incident.

2- Trouver l'angle entre la direction du mouvement de l'électron et la direction du photon incident, si le photon est diffusé à 90° .

Quelle est l'énergie acquise par l'électron ?

3- Trouver le changement de longueur d'onde maximum pour une diffusion Compton de photons par des protons.

4- Considérons l'annihilation d'un électron et d'un positron ($q = +e$ et $m = m_e$) avec émission de photons γ . La réaction peut s'écrire : $e^+ + e^- \rightarrow n \gamma$.

On supposera que l'électron et le positron sont pratiquement au repos quand la réaction se produit.

i) Pour quelle valeur de n , la réaction peut-elle se produire ?

ii) Calculer la fréquence du photon émis.

VII- Calculer la longueur d'onde associée à chacun des cas ci-dessous:

- a- Un électron accéléré avec un potentiel de 100 V.
- b- Un électron non relativiste de masse $m_0 = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg et de vitesse $V = 10^{-2}$ C.
- c- Un neutron thermique à $T = 300$ K.
- d- Un électron relativiste d'énergie 10^9 eV.
- e- Une bille de masse 10 g et de vitesse 10 m/s.

Exercices complémentaires :

I- Soit un ressort de raideur $K = 49$ N/m auquel on attache une masse de 1 kg.

- Calculer la fréquence de ce système.
- Calculer les quantum d'énergie que peut posséder ce ressort. Discuter le résultat obtenu.

II- Lors de l'utilisation d'un microscope usuel (microscope optique), les objets qu'on veut grossir sont éclairés par la lumière du jour (lumière visible 400 nm- 800 nm).

On définit le pouvoir de résolution R d'un microscope par sa capacité à séparer clairement deux points rapprochés et on montre que R est inversement proportionnel à la longueur d'onde. Ainsi, on obtiendra un pouvoir de résolution beaucoup plus important en utilisant un faisceau d'électrons au lieu d'un faisceau de photons visibles. C'est là le principe de base du microscope électronique.

- Calculer la longueur d'onde associée à un électron accéléré avec une tension de 50 KV.
- De combien est augmenté R comparé à celui obtenu avec une lumière de $\lambda = 500$ nm.

III- Pour que l'œil puisse percevoir une source ponctuelle dans l'obscurité, il faut que la rétine absorbe une énergie d'environ $3 \cdot 10^{-18}$ J de la radiation la plus intense ($\lambda = 550$ nm).

A quel nombre de photons correspond ce seuil de vision?

IV- La longueur d'onde moyenne d'un rayonnement d'une lampe à filament incandescent est de 1200 nm. Trouver le nombre de photons émis par unité de temps pour une lampe de 75 W.

V- On envoie sur une photocathode de césium:

a- Une radiation visible (raie jaune du sodium Na) dont la longueur d'onde est $\lambda = 5890$ Å. Déterminer l'énergie maximale des photoélectrons éjectés sachant que la longueur d'onde seuil du césium est 6884 Å.

b- Une radiation de longueur d'onde inconnue ; l'énergie maximale est alors 120 meV. On demande de déterminer la constante de Planck et la longueur d'onde incidente.

VI- Le travail de sortie du platine Pt est égale à 5.3 eV. A partir de quelle longueur d'onde on pourra observer l'effet photoélectrique et à quel domaine du rayonnement électromagnétique elle appartient? Conclure

VII- Effet Doppler

Soit une source lumineuse fixe qui émet des photons de fréquence ν . Ces photons tombent sous incidence normale sur un miroir plan parfait qui s'éloigne de la source à la vitesse $v \ll c$. le miroir a une masse M et se déplace parallèlement à son plan.

On appelle ν' la fréquence du photon réfléchi et V' la vitesse du miroir après le choc.

- Ecrire les lois de conservation pour le choc photon- miroir.
- En éliminant la vitesse V' , trouver une relation entre ν et ν' . Que devient cette relation si M est très grand. Conclure

